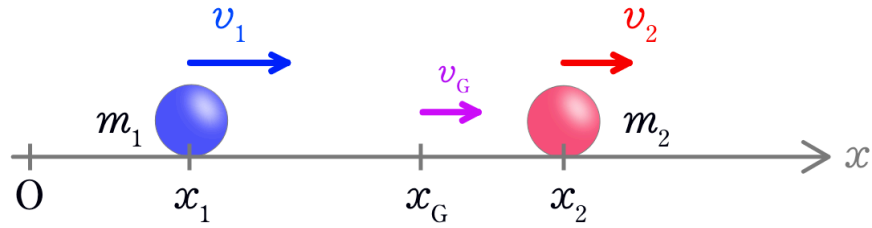


①重心系で考える衝突



重心の位置座標

2 点を質量の逆比に内分する点

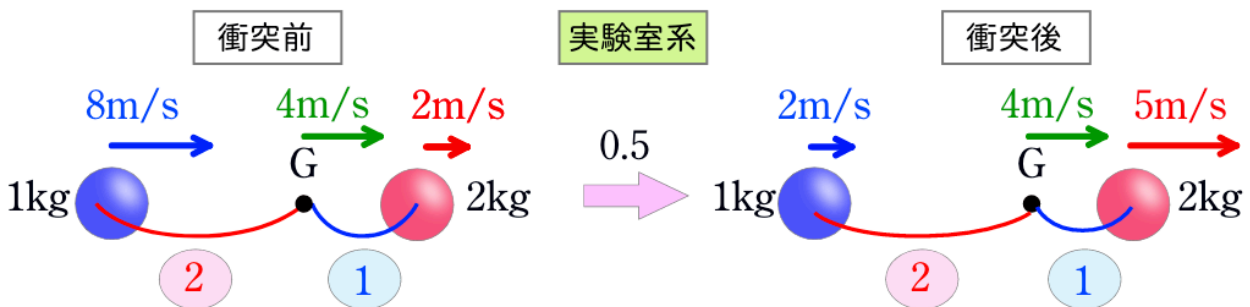
$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

重心の速度

$$v_G = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

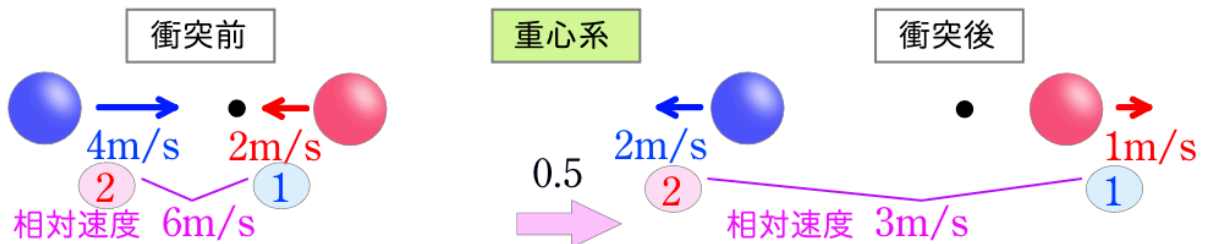
※衝突の前後のように運動量保存則が成立するとき

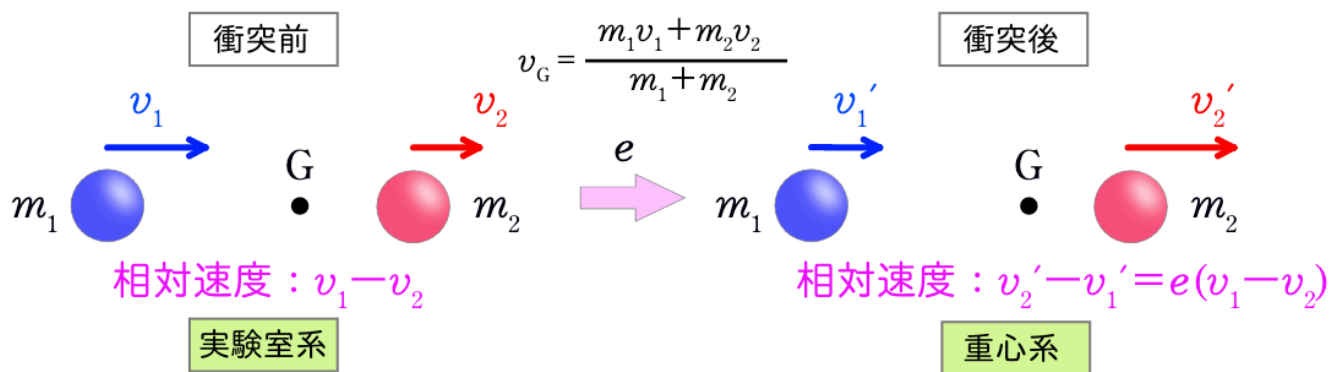
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{一定} \rightarrow \text{重心の速度が一定}$$



※重心からみた2物体の速度は常に逆向きで大きさ2:1 → 重心系では運動量の和は常に0

$$\text{重心の速度 } v_G = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{1 \times 8 + 2 \times 2}{1 + 2} = 4 \text{ m/s}$$





衝突前の速度は

$v_1 = v_G + \frac{m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$

$v_2 = v_G - \frac{m_1}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$

衝突前の速度は

$\frac{m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$

$-\frac{m_1}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$

衝突後の速度は

$v_1' = v_G - \frac{m_2}{m_1 + m_2} e(v_1 - v_2)$

$v_2' = v_G + \frac{m_1}{m_1 + m_2} e(v_1 - v_2)$

衝突後の速度は

$-\frac{m_2}{m_1 + m_2} e(v_1 - v_2)$

$\frac{m_1}{m_1 + m_2} e(v_1 - v_2)$

※衝突での運動エネルギー

実験室系 u_1, u_2 は衝突前の重心系での速度（右向き正）

衝突前の速度は

衝突前の運動エネルギーの和

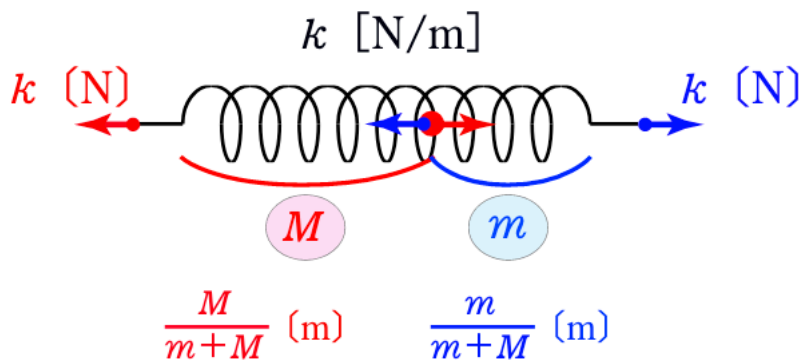
$$\begin{aligned}
 & \text{実験室系での運動エネルギーの和} \\
 & \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 (v_G + u_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_G + u_2)^2 \\
 & = \frac{1}{2} m_1 (v_G^2 + 2v_G u_1 + u_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (v_G^2 + 2v_G u_2 + u_2^2) \\
 & = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_G^2 + v_G (m_1 u_1 + m_2 u_2) + \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \\
 & \quad \text{重心系での運動量の和} = 0 \\
 & = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_G^2 + \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \\
 & \quad \text{重心の運動エネルギー} \quad \text{重心系での運動エネルギーの和}
 \end{aligned}$$

衝突後の速度は

衝突後の運動エネルギーの和

$$\begin{aligned}
 & \text{Blue sphere} \rightarrow v_1' = v_G - eu_1 \quad \boxed{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2} = \boxed{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_G^2} + \underbrace{\boxed{\frac{1}{2} m_1 (eu_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (eu_2)^2}}_{e^2 \text{倍}} \\
 & \text{Red sphere} \rightarrow v_2' = v_G - eu_2
 \end{aligned}$$

②ばね定数



1 (m) 伸びる

$$F = kx$$

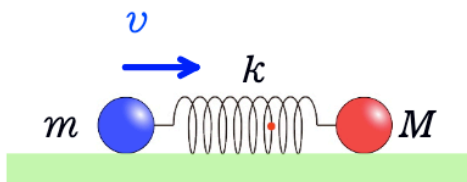
$$k = k' \frac{M}{m+M}$$

$$k = k'' \frac{m}{m+M}$$

$$k' = \frac{m+M}{M} k$$

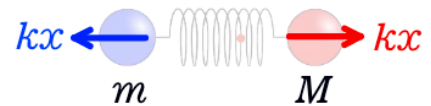
$$k'' = \frac{m+M}{m} k$$

③ 2 物体の単振動



実験室系 ・ 周期

※ばねが x 縮んだとき



運動方程式（右向きを正）

$$\text{●} \quad m a = -kx \quad a = -\frac{kx}{m}$$

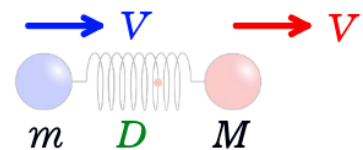
$$\text{●} \quad M A = kx \quad A = \frac{kx}{M}$$

● に対する ● の相対加速度

$$\begin{aligned} a = -\frac{kx}{m} \quad & \leftarrow \text{blue arrow} \quad \rightarrow A = \frac{kx}{M} \quad \text{red arrow} \\ & \leftarrow \text{purple arrow} \quad -\frac{m+M}{mM} kx \end{aligned} \quad \begin{aligned} -\frac{m+M}{mM} kx &= -\omega^2 x \\ \omega &= \sqrt{\frac{(m+M)k}{mM}} \\ T &= 2\pi \sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}} \end{aligned}$$

・ ばねの最大の縮み

※ばねが最も縮んだとき



運動量保存則（右向き正）

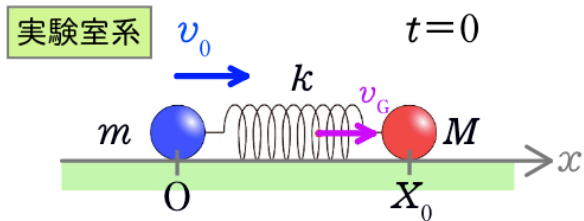
$$mv = (m+M) V$$

$$V = \frac{mv}{m+M}$$

エネルギー保存則

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} (m+M) V^2 + \frac{1}{2} kD^2$$

$$D = v \sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}}$$

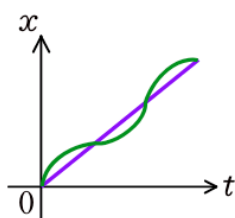


$$v_G = \frac{mv}{m+M}$$

● 周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}}$

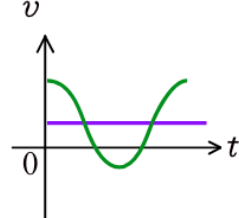
● 位置座標

$$v_G \cdot t + d_1 \sin \omega t$$

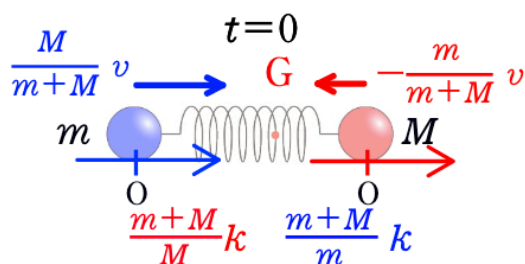


● 速度

$$v_G + v_{\max} \cos \omega t$$



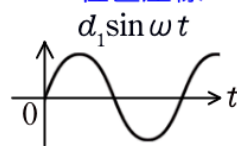
重心系



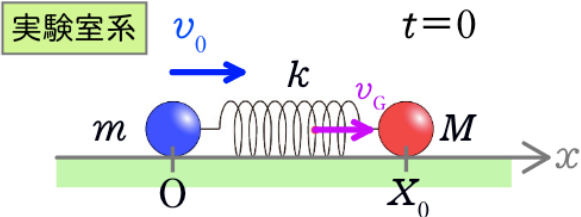
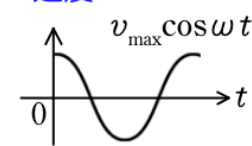
● 周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}}$ $\omega = \sqrt{\frac{(m+M)k}{mM}}$

● 振幅 $d_1 = \frac{M}{m+M} v \sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}}$

● 位置座標



● 速度

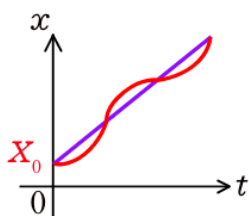


$$v_G = \frac{mv}{m+M}$$

● 周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}}$

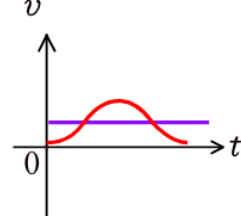
● 位置座標

$$X_0 + v_G \cdot t + [-d_2 \sin \omega t]$$

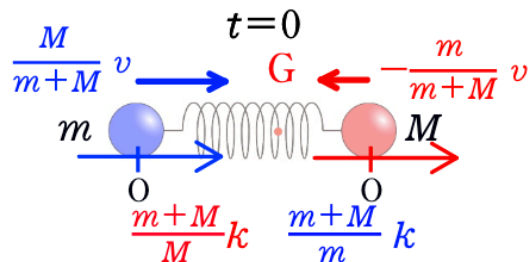


● 速度

$$v_G + [-v_{\max} \cos \omega t]$$



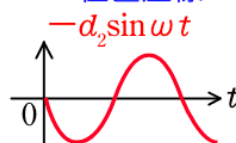
重心系



● 周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}}$ $\omega = \sqrt{\frac{(m+M)k}{mM}}$

● 振幅 $d_2 = \frac{m}{m+M} v \sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}}$

● 位置座標



● 速度

