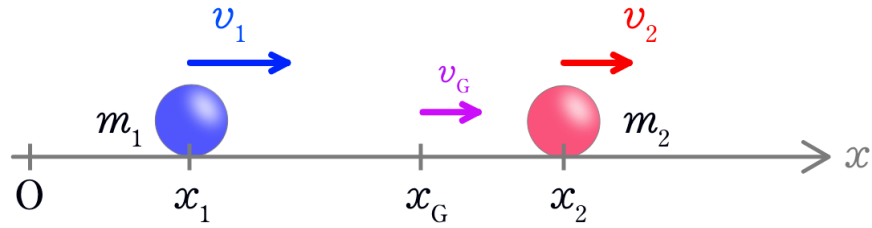


①重心系で考える衝突



重心の位置座標

2 点を質量の逆比に内分する点

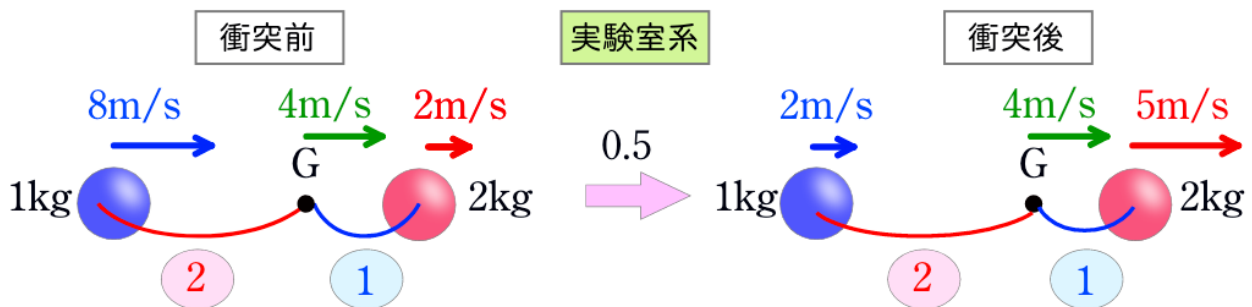
$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

重心の速度

$$v_G = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

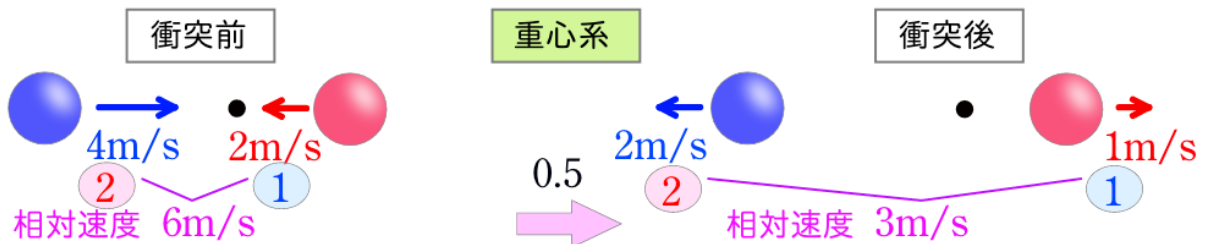
※衝突の前後のように運動量保存則が成立するとき

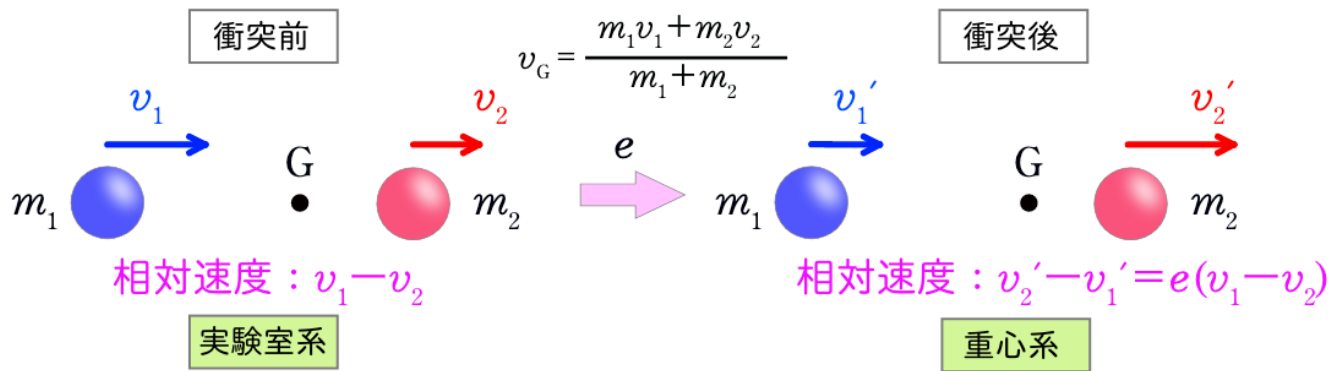
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{一定} \rightarrow \text{重心の速度が一定}$$



※重心からみた2物体の速度は常に逆向きで大きさ2:1 → 重心系では運動量の和は常に0

$$\text{重心の速度 } v_G = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{1 \times 8 + 2 \times 2}{1 + 2} = 4 \text{ m/s}$$





衝突前の速度は

$v_1 = v_G + \frac{m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$

$v_2 = v_G - \frac{m_1}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$

衝突前の速度は

$\frac{m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$

$-\frac{m_1}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$

衝突後の速度は

$v_1' = v_G - \frac{m_2}{m_1 + m_2} e(v_1 - v_2)$

$v_2' = v_G + \frac{m_1}{m_1 + m_2} e(v_1 - v_2)$

衝突後の速度は

$-\frac{m_2}{m_1 + m_2} e(v_1 - v_2)$

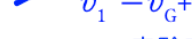
$\frac{m_1}{m_1 + m_2} e(v_1 - v_2)$

※衝突での運動エネルギー

実験室系 u_1, u_2 は衝突前の重心系での速度（右向き正）

衝突前の速度は

衝突前の運動エネルギーの和



$$v_1 = v_G + u_1 \quad \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) = \frac{1}{2} m_1 (v_G + u_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_G + u_2)^2$$

実験室系での運動エネルギーの和

$$= \frac{1}{2} m_1 (v_G^2 + 2v_G u_1 + u_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (v_G^2 + 2v_G u_2 + u_2^2)$$

$$v_2 = v_G + u_2 \quad = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_G^2 + v_G (m_1 u_1 + m_2 u_2) + \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

重心系での運動量の和 = 0

$$= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_G^2 + \left(\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right)$$

重心の運動エネルギー 重心系での運動エネルギーの和

衝突後の速度は

衝突後の運動エネルギーの和

$$\begin{aligned}
 & \text{Blue sphere} \rightarrow v_1' = v_G - eu_1 \quad \boxed{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2} = \boxed{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_G^2} + \underbrace{\boxed{\frac{1}{2} m_1 (eu_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (eu_2)^2}}_{e^2 \text{倍}} \\
 & \text{Red sphere} \rightarrow v_2' = v_G - eu_2
 \end{aligned}$$